$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = \frac{15}{x+4} \quad /^2$$

$$x+4 + 2\sqrt{(x+4)(x-1)} + x - 1 = \frac{225}{x^2+8x+16}$$

$$3 + 2x + 2\sqrt{x^2+3x-4} = \frac{225}{(x+4)^2}$$

$$2\sqrt{x^2+3x-4} = \frac{225}{(x+4)^2} - 2x - 3$$

$$2\sqrt{x^2+3x-4} = \frac{225 - 2x(x+4)^2 - 3(x+4)^2}{(x+4)^2}$$

$$(x+4)^2 \cdot 2\sqrt{x^2+3x-4} = 225 - 2x(x^2+8x+16) - 3(x^2+8x+16)$$

$$\sqrt{x^2+3x-4} \cdot 2(x^2+8x+16) = 225 - 2x^3 - 16x^2 - 32x - 3x^2 - 24x - 48$$

$$\sqrt{x^2+3x-4} \cdot [2x^2+16x+32] = -2x^3 - 19x^2 - 56x + 177$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = \frac{15}{x+4}$$

$$(x+4)(\sqrt{x+4}) + (x+4)(\sqrt{x-1}) = 15 \quad /^2$$

$$(x+4)^2(x+4) + 2(x+4)^2(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-1}) + (x+4)^2(x-1) = 225$$

$$(x+4)^3 + 2(x+4)^2(\sqrt{(x+4)(x-1)}) + (x+4)^2(x-1) = 225$$

$$\left(2\sqrt{(x+4)(x-1)} = \frac{225 - (x+4)^3 - (x+4)^2(x-1)}{(x+4)^2}\right)$$

$$(x+4)^2 \cdot 2\sqrt{(x+4)(x-1)} - 225 = -(x+4)^2(x-1) - (x+4)^3$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+9} = 9 \quad /^2$$

$$x + 2\sqrt{x}\sqrt{x+9} + x + 9 = 81$$

$$x + 2\sqrt{x^2+9x} + x + 9 = 81$$

$$2\sqrt{x^2+9x} = 81 - 2x - 9$$

$$2\sqrt{x^2+9x} = 72 - 2x$$

$$\sqrt{x^2+9x} = 36 - x \quad /^2$$

$$x^2 + 9x = 1296 - 72x + x^2$$

$$-1296 = -81x$$

$$81x = 1296$$

$$x = 16$$

$$\sqrt{9+x} - \sqrt{x-7} = 2 \quad /^2$$

$$9+x - 2\sqrt{(9+x)(x-7)} + x - 7 = 4$$

$$-2\sqrt{9x+x^2-63-7x} = 2 \quad -2x$$

$$\sqrt{2x+x^2-63} = 1-x \quad /^2$$

$$x^2+2x-63 = 1-2x+x^2$$

$$4x = 64$$

$$x = 16$$

$$\sqrt{x+\frac{3}{2}} + \sqrt{x-\frac{1}{2}} = 2 \quad /^2$$

$$x+\frac{3}{2} + 2\sqrt{(x+\frac{3}{2})(x-\frac{1}{2})} + x - \frac{1}{2} = 4$$

$$2\sqrt{x^2+\frac{3x}{2}-\frac{x}{2}-\frac{3}{4}} = 3 \quad -2x$$

$$2\sqrt{x^2+x-\frac{3}{4}} = 3-2x \quad /^2$$

$$4(x^2+x-\frac{3}{4}) = 9-12x+4x^2$$

$$4x^2+4x-3 = 9-12x+4x^2$$

$$16x = 12$$

$$x = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1) = x+1$$

$$x+2\sqrt{x}-1\sqrt{x}-2 = x+1$$

$$x+\sqrt{x}-2 = x+1$$

$$\sqrt{x} = 3 \quad /^2$$

$$x = 3^2 = 9$$

$$(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+7) = x-2\sqrt{x}-3$$

$$x-4\sqrt{x}+7\sqrt{x}-28 = x-2\sqrt{x}-3$$

$$x+3\sqrt{x}-28 = x-2\sqrt{x}-3$$

$$5\sqrt{x} = 25$$

$$\sqrt{x} = 5$$

$$x = 25$$

82. Házi feladat

1966. IV. 13.

$$x+7+5\sqrt{x+1}=0$$
$$\sqrt{x-5}\,(\sqrt{x}-7)=3$$
$$\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}=\sqrt{2a}$$
$$\sqrt{x^2+8ax-9a^2}=a-x \qquad a\neq 0$$

$$5\sqrt{x+1}=-x-7 \quad /^2$$
$$25(x+1)=x^2+2.7.x+49$$
$$25x+25=x^2+14x+49$$
$$0=x^2-11x+24$$

$$x_{12}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}=5{,}5\pm\sqrt{\frac{121}{4}-24}$$
$$x_{12}=5{,}5\pm\sqrt{\frac{121-96}{4}}=5{,}5\pm\sqrt{\frac{25}{4}}$$
$$x_1=5{,}5+2{,}5=8 \qquad x_2=3$$

$$(\sqrt{x-5})(\sqrt{x}-7)=3$$
$$\sqrt{x}.\sqrt{x-5}-7.\sqrt{x-5}=3$$
$$\sqrt{x^2-5x}-7\sqrt{x-5}=3$$

$$(\sqrt{x-5})(\sqrt{x}-7)=3$$
$$\sqrt{x}-7=\frac{3}{\sqrt{x-5}} \quad /^2$$
$$x-14\sqrt{x}+49=\frac{9}{x-5}$$
$$-14\sqrt{x}=\frac{9}{x-5}-x-49$$
$$-14\sqrt{x}=\frac{9-x(x-5)-49(x-5)}{x-5}$$
$$-14\sqrt{x}=\frac{9-x^2+5x-49x+245}{x-5}$$
$$-14\sqrt{x}=\frac{-x^2-44x+254}{x-5}$$
$$-14(x-5)\sqrt{x}=-x^2-44x+254 \quad /^2$$
$$196(x-5)^2.x=\left[-x^2-44x+245+9\right]^2$$
$$196x(x-5)^2=\left[(x-5)(-x-49)+9\right]^2$$

$$196x(x-5)^2=(x-5)^2(-x-49)^2+18(x-5)(-x-49)+81$$
$$196x(x^2-10x+25)=(-x^2+5x-49x+245)^2+18(-x^2+5x-49x+245)+81$$
$$196x^3-1960x+4900x=(-x^2-44x+245)^2+18(-x^2-44x+245)+81$$

$$\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} = \sqrt{2x} \quad /^2$$

$$a+x+2\sqrt{a+x}\cdot\sqrt{a-x}+a-x = 2x$$

$$a+x+2\sqrt{a^2-x^2}+a-x = 2x$$

$$2\sqrt{a^2-x^2} = 2x-2a$$

$$\sqrt{a^2-x^2} = x-a \quad /^2$$

$$a^2-x^2 = x^2-2ax+a^2$$

$$-2x^2 = -2ax$$

$$x^2 = ax$$

$$\frac{x^2}{x} = a$$

$$x = a$$

$$\sqrt{x^2+8ax-9a^2} = a-x \quad /^2$$

$$x^2+8ax-9a^2 = a^2-2ax+x^2$$

$$10ax = 10a^2$$

$$ax = a^2$$

$$x = a$$

1966. IV. 14.

83. óra

$$a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}} = a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$$

$$\sqrt{x^2-1} = \sqrt{3} \quad /^2$$

$$x^2-1 = 3$$

$$x^2 = 4$$

$$x_{1,2} = \pm 2$$

$$\sqrt{4x-3} = \frac{3x-1}{\sqrt{3x-5}}$$

$$\sqrt{(4x-3)(3x-5)} = 3x-1 \quad /^2$$

$$(4x-3)(3x-5) = 9x^2-6x+1$$

$$12x^2-9x-20x+15 = 9x^2-6x+1$$

$$3x^2-23x+14 = 0$$

$$x_{12} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{23\pm\sqrt{529-168}}{6}$$

$$x_{12} = \frac{23\pm\sqrt{361}}{6} = \frac{23\pm 19}{6}$$

$$x_1 = \frac{42}{6} = 7 \qquad x_2 = \frac{23-19}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\left[\frac{(a^{\frac34}-b^{\frac34})(a^{\frac34}+b^{\frac34})}{a^{\frac12}-b^{\frac12}}-\sqrt{ab}\right]\cdot\frac{(a+b)^{-1}}{\sqrt[-2]{100}} =$$

$$=\left[\frac{(a^{\frac64}-b^{\frac64})}{a^{\frac12}-b^{\frac12}}-\sqrt{ab}\right]\cdot\frac{(a+b)^{-1}}{\frac{1}{10}}=\left[\frac{a^{\frac32}-b^{\frac32}}{a^{\frac12}-b^{\frac12}}-\sqrt{ab}\right]\cdot\frac{\frac{1}{a+b}}{\frac{1}{10}}=$$

$$=\left(\frac{\sqrt{a^3-b^3}}{\sqrt{a-b}}-\sqrt{ab}\right)\cdot\frac{10}{a+b}=\left(\sqrt{\frac{a^3-b^3}{a-b}}-\sqrt{ab}\right)\cdot\frac{10}{a+b}=$$

$$=\frac{\sqrt{a^3-b^3}-\sqrt{a-b}\sqrt{ab}}{\sqrt{a-b}}\cdot\frac{10}{a+b}=\frac{\sqrt{a^3-b^3}-\sqrt{a^2b-ab^2}}{\sqrt{a-b}}\cdot\frac{10}{a+b}=$$

$$=$$

$$\left[\frac{(a^{\frac34}-b^{\frac34})(a^{\frac34}+b^{\frac34})}{a^{\frac12}-b^{\frac12}}-\sqrt{ab}\right]\cdot\frac{(a+b)^{-1}}{\sqrt[-2]{100}} =$$

$$=\left[\frac{(a^{\frac34})^2-(b^{\frac34})^2}{a^{\frac12}-b^{\frac12}}-(ab)^{\frac12}\right]\cdot\frac{\frac{1}{a+b}}{\frac{1}{100^{\frac12}}}=\left(\frac{a^{\frac32}-b^{\frac32}}{a^{\frac12}-b^{\frac12}}-a^{\frac12}b^{\frac12}\right)\cdot\frac{10}{a+b}=$$

$$=\frac{a^{\frac32}-b^{\frac32}-a^{\frac12}b^{\frac12}\cdot(a^{\frac12}-b^{\frac12})}{a^{\frac12}-b^{\frac12}}\cdot\frac{10}{a+b}=\frac{a^{\frac32}-b^{\frac32}-a^{\frac22}b^{\frac12}+a^{\frac12}b^{\frac22}}{a^{\frac12}-b^{\frac12}}\cdot\frac{10}{a+b}=$$

$$=\frac{\sqrt{a^3-b^3-a^2b+ab^2}}{\sqrt{a-b}}\cdot\frac{10}{a+b}=\sqrt{\frac{(a+b)(a+b)(a-b)\cdot 100}{a-b\quad(a+b)^2}}=\sqrt{100}=\underline{\underline{10}}$$

$$\sqrt[3]{a^{-\frac12}\cdot b^{-1}}\ .\ a^{\frac56}\cdot b^{\frac12}\cdot\sqrt{a^{-1}b^{\frac23}}=a^{\frac{-\frac12}{3}}\cdot b^{\frac{-1}{3}}\cdot a^{\frac56}\cdot b^{\frac12}\cdot a^{\frac{-1}{2}}\cdot b^{\frac{\frac23}{2}}=$$

$$=a^{-\frac16}\cdot b^{-\frac13}\cdot a^{\frac56}\cdot b^{\frac12}\cdot a^{-\frac12}\cdot b^{\frac26}=a^{-\frac16}\cdot a^{\frac56}\cdot a^{-\frac12}\cdot b^{-\frac13}b^{\frac12}b^{\frac13}=$$

$$=a^{\frac{-1+5-3}{6}}\cdot b^{\frac{-2+3+2}{6}}=\underline{\underline{a^{\frac16}\cdot b^{\frac12}}}$$

$$\sqrt[5]{a^{-3}\cdot\sqrt{a^3}} = a^{-\frac{3}{5}}\cdot a^{\frac{3}{10}} = a^{-\frac{3}{5}+\frac{3}{10}} = a^{\frac{-6+3}{10}} = a^{-\frac{3}{10}} = \frac{1}{\sqrt[10]{a^3}}$$

1866.IV.14.

83. Házi feladat

$$\left[\left(x^{\frac{1}{m-n}}\right)^{m-\frac{n^2}{m}}\right]^{\frac{m}{m+n}} = \qquad a^{\frac{2}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}\cdot c^{\frac{5}{6}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\, b^{\frac{5}{6}}\, c^{-\frac{2}{3}} =$$

$$\left[\left(x^{\frac{1}{m-n}}\right)^{m-\frac{n^2}{m}}\right]^{\frac{m}{m+n}} = \left[x^{\frac{1}{m-n}\cdot\frac{m^2-n^2}{m}}\right]^{\frac{m}{m+n}} = \left[x^{\frac{m^2-n^2}{(m-n)m}}\right]^{\frac{m}{m+n}} =$$

$$= \left[x^{\frac{m+n}{m}}\right]^{\frac{m}{m+n}} = x^{\frac{m+n}{m}\cdot\frac{m}{m+n}} = x.$$

$$a^{\frac{2}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}\cdot c^{\frac{5}{6}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{5}{6}}\cdot c^{-\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}}\, b^{-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}\, c^{\frac{5}{6}-\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{1}{2}}\cdot c^{\frac{1}{6}} =$$

$$= a^{\frac{2}{6}}\cdot b^{\frac{3}{6}}\cdot c^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a^2b^3c}.$$

1966.IV.20.

84. óra Gyakorlatok

$3^{-2}\cdot 81^{1,5} = \frac{81^{\frac{3}{2}}}{9} = \frac{\sqrt{81^3}}{9} = 81$ $\qquad (x-y)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(x-y)^2}$

$100^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$ $\qquad (q+p)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(q+p)^m}$

$64^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{64^3} = \sqrt[4]{4^{12}} = 4^3 = 64$ $\qquad (x^2+y^2)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(x^2+y^2)^3}$

$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$ $\qquad n : n^{\frac{1}{2}} = n^{\frac{1}{2}} = \sqrt{n}$

$z^{\frac{1}{2}}\cdot z^{-\frac{1}{2}} = z^0 = 1$ $\qquad a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[6]{a^5}$

$a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$ $\qquad b : b^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{b^7}$

$a^{\frac{5}{3}} : a^{-\frac{3}{2}} = a^{\frac{19}{6}} = a^3\sqrt[6]{a}$ $\qquad x^0\cdot x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

$x^{-\frac{5}{4}}\cdot x^0 = \frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}$ $\qquad a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{1}{5}}\cdot a^{\frac{3}{2}} = \sqrt[60]{a^{71}}$

$z^{\frac{1}{3}}\cdot z^{-\frac{4}{3}}\cdot z^{\frac{5}{3}} = a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$ $\qquad \left(-a^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{2}{3}} = -a^{-\frac{2}{9}} = \sqrt[9]{-a^{-2}} = \frac{1}{\sqrt[9]{a^2}}$

$\left(-\frac{2}{5}a^5z^3y^4\right):\left(-\frac{1}{2}a^3xy^2\right) = \frac{4}{5}a^2x^2;$ $\qquad \left(q^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{5}} = q^{-\frac{6}{15}} = \frac{1}{\sqrt[6]{q^{15}}}$

$$\frac{a-b}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}} - \frac{a+b}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{4}{3}}+ab^{\frac{1}{3}}-ba^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{4}{3}}-\left(a^{\frac{4}{3}}-ab^{\frac{1}{3}}+ba^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{4}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}} =$$

$$= \frac{a^{\frac{4}{3}}+ab^{\frac{1}{3}}-ba^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{4}{3}}-a^{\frac{4}{3}}+ab^{\frac{1}{3}}-ba^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}} = \frac{2ab^{\frac{1}{3}}-2ba^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}} = \frac{2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}} = 2\sqrt[3]{ab}.$$

$m : m^{\frac{1}{2}} = m^{\frac{1}{2}} = \underline{\sqrt{m}}$

$\sqrt{x^{-3}\cdot y^{2}\cdot\sqrt{xy}} = x^{-\frac{3}{2}}\cdot y\cdot\sqrt[4]{xy} = x^{-\frac{3}{2}}\cdot y\cdot x^{\frac{1}{4}}\cdot y^{\frac{1}{4}} = x^{-\frac{5}{4}}\, y^{\frac{5}{4}} = \underline{\frac{1}{\sqrt[4]{x^{5}}}\cdot\sqrt[4]{y^{5}}}$

$\sqrt{a\cdot\sqrt[3]{b}} : \sqrt[4]{b^{-1}\sqrt{a^{3}}} = a^{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[6]{b} : b^{-\frac{1}{4}}\cdot\sqrt[8]{a^{3}} =$

$= \left(a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{6}}\right) : \left(b^{-\frac{1}{4}}\cdot a^{\frac{3}{8}}\right) = \frac{a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{6}}}{b^{-\frac{1}{4}}\cdot a^{\frac{3}{8}}} = a^{\frac{1}{8}}\cdot b^{\frac{5}{12}} = \sqrt[8]{a}\cdot\sqrt[12]{b^{5}} = \sqrt[24]{a^{3}\cdot b^{10}}$

85. óra 1966. IV. 2.

$\left[x(1-x)^{-\frac{3}{2}} + \frac{x^{2}}{(1-x)^{\frac{5}{3}}}\right] : \left[(1-x)^{\frac{1}{3}}\cdot(1-2x+x^{2})^{-1}\right] =$ (x)

$= \left[\frac{x(1-x)^{-\frac{3}{2}}\cdot(1-x)^{\frac{5}{3}} + x^{2}}{(1-x)^{\frac{5}{3}}}\right] : \left[(1-x)^{\frac{1}{3}}\cdot\left\{(1-x)^{2}\right\}^{-1}\right] =$

$= \frac{x(1-x)^{\frac{-9+10}{6}} + x^{2}}{(1-x)^{\frac{5}{3}}} : \left[(1-x)^{\frac{1}{3}}\cdot(1-x)^{-2}\right] =$

$= \frac{x(1-x)^{\frac{1}{6}} + x^{2}}{(1-x)^{\frac{5}{3}}} : (1-x)^{-\frac{5}{3}} = \frac{x(1-x)^{\frac{1}{6}} + x^{2}}{(1-x)^{\frac{5}{3}}\cdot(1-x)^{-\frac{5}{3}}} = \frac{x(1-x)^{\frac{1}{6}} + x^{2}}{(1-x)^{0}} =$

$= x(1-x)^{\frac{1}{6}} + x^{2}$

$\left[8b^{-\frac{1}{2}}\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}\sqrt[4]{x^{\frac{4}{3}}}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[8b^{-\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}}\cdot\sqrt[8]{x^{\frac{4}{3}}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[8b^{-\frac{1}{2}}\cdot x^{-\frac{1}{6}}\cdot x^{\frac{4}{24}}\right]^{\frac{1}{3}} =$

$= \left[8b^{-\frac{1}{2}}\cdot x^{-\frac{1}{6}}\cdot x^{\frac{1}{6}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[8b^{-\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{6}} = \left(\frac{2}{\sqrt[6]{8b}} = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt[6]{b}}\right) = \frac{2}{\sqrt[6]{b}}$

$\left(\frac{8a^{-3}}{27b^{6}}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{2^{3}a^{-3}}{3^{3}b^{6}}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{(2^{3}a^{-3})^{-\frac{1}{3}}}{(3^{3}b^{6})^{-\frac{1}{3}}} = \frac{2^{-\frac{3}{3}}a^{+1}}{3^{-1}b^{-2}} = \left(\frac{8ab^{2}}{27\cancel{a}}\right) = \underline{\underline{\frac{3ab^{2}}{2}}}$

86. óra.

1966. IV. 21.

A függvény fogalma

Függvényről akkor beszélünk ha az egyik mennyiség változása maga után vonja a másik mennyiség változását is.

pl. $k_o = 2r\pi$ $\pi \doteq \frac{22}{7}$ — 3,14159265 35 . . .

r. k_o változók

r. – független változó — tetszésszerinti értékű —
k_o – függő változó — a független változó értékétől függ.

r	1	2		
k_o	6,28..	12,56..		

– értéktáblázat

2 ; π állandók

$v = st^{-1}$ $s = v.t$ $v =$ const

t	1	2	3
s	40	80	120

$v = 40 km ó^{-1}$

Ha 2 mennyiség olyan összefüggésben van egymással, hogy az egyik mennyiség tetszésszerinti megváltoztatása maga után vonja a másik mennyiség bizonyos törvényszerinti megváltozását, függvényről beszélünk.

A függvény felosztása:

1., a független változó száma szerint (1 változós, . . .)
2., a független változó foka szerint (elsőfokú, másodfokú . . .)

Van algebrai, (4 alapművelettel).
transcendens függvény

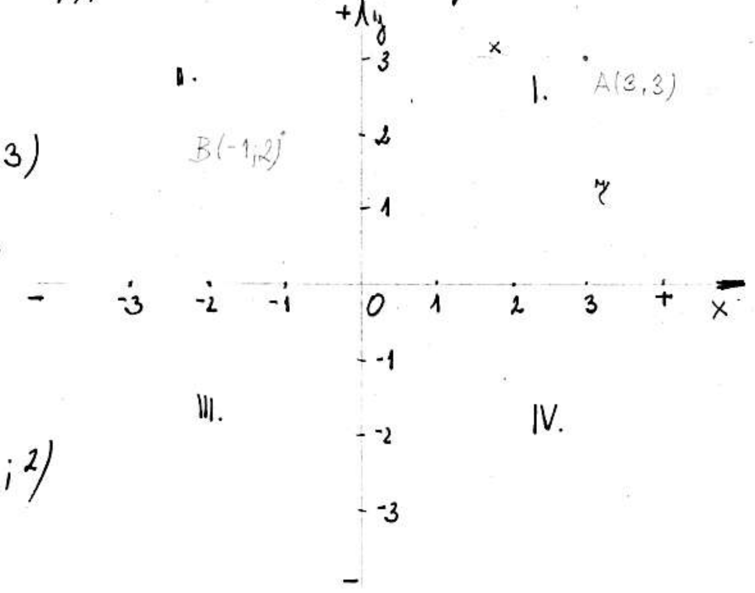
Transzcendens függvények : 1., exponenciális (a független változó a kitevőben van)
2., logaritmikus. (a független változó logaritmusa fordul elő)
3., trigonometrikus (a független változó szögfüggvényként szerepel).

A függvény ábrázolása.

Leggyakrabban derékszögű koordináta rendszerben ábrázoljuk.
(Descartes-rendszer)

A(3;3)

B(-1;2)



$x \perp y$

$x \times y = 0$ - origó

I negyed	+	+
II "	−	+
III "	−	−
IV "	+	−

x abszcissza

y ordináta

x, y rendezők koordináták

87. óra 1966. IV. 26.

Elsőfokú függvény - olyan függvény melyben a független változó az első hatványon fordul elő.

Általános alak: $y = kx + q$ $k \neq 0$ lineáris függvény.

k: arányossági tényező

q: állandó

1., $q = 0$ $\underline{y = kx}$ $k \neq 0$ egyenes arányosság.
képe: egyenes

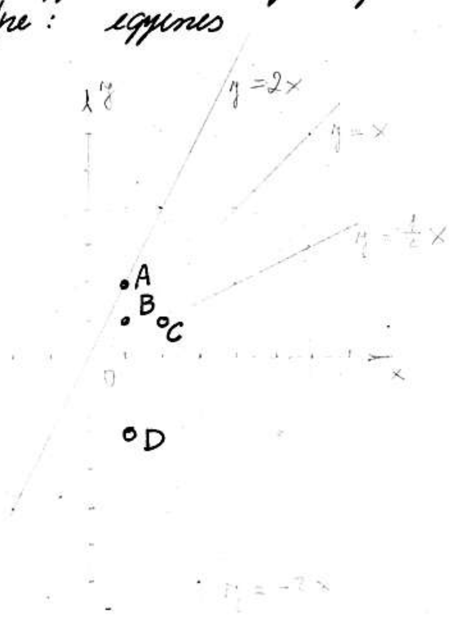
	x	2	3	
$y = 2x$	y	4	6	$k > 0$
$y = 1x$	x / y	4	5	$k = 1$
$y = \frac{1}{2}x$	x / y			$k > 0 > 1$
$y = -2x$	x / y			$k < 0$

$y = 2x$ $O(0;0)$
$A(1;2)$

$y = 1x$ $O(0;0)$
$B(1;1)$

$y = \frac{1}{2}x$ $O(0;0)$
$C(1;\frac{1}{2})$

$y = -2x$ $O(0;0)$
$D(1;-2)$



Az $y = kx$ $k \neq 0$ függvény képe egy egyenes.
mely keresztülhalad a $O(0;0)$ és
$P(1;k)$ pontokon

Ha $k > 0$ a grafikon a pozitív féltengelyek által bezárt szögben és ezen szög csúcsszögében fekszik.

Ha $k < 0$ akkor a grafikont képző egyenes az x + féltengely és az y − féltengely által bezárt szögben és e szög csúcsszögében fekszik.

1966. IV. 27.

87. Házi feladat.

$y = kx$ függv. ábrázolni!

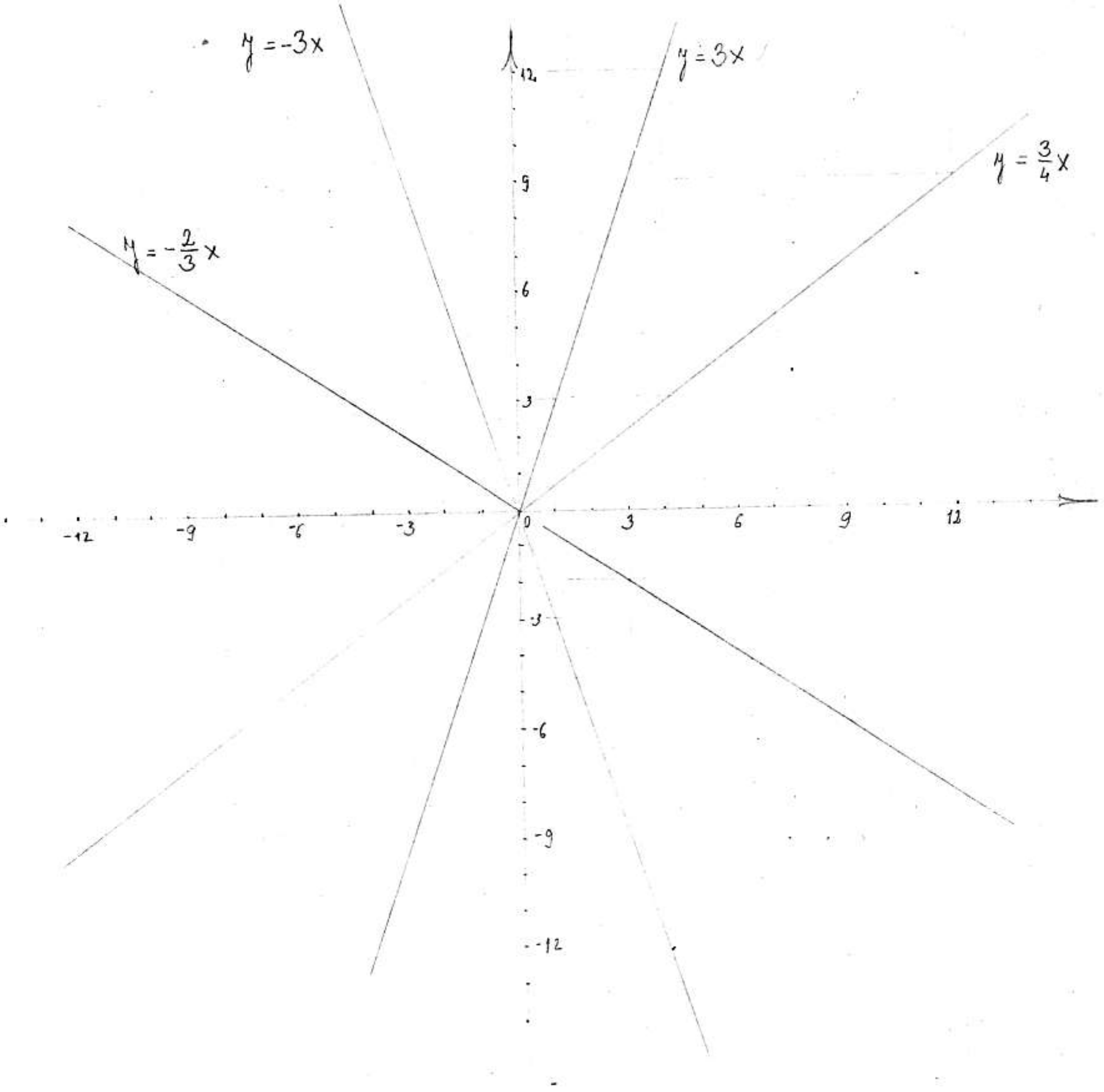
$k = 3$
$k = 3/4$ egybe!
$k = -3$
$k = -2/3$

x_1	1	4
y_1	3	12

x_3	1	4
y_3	−3	−12

x_2	4	12
y_2	3	9

x_4	3	12
y_4	−2	−8

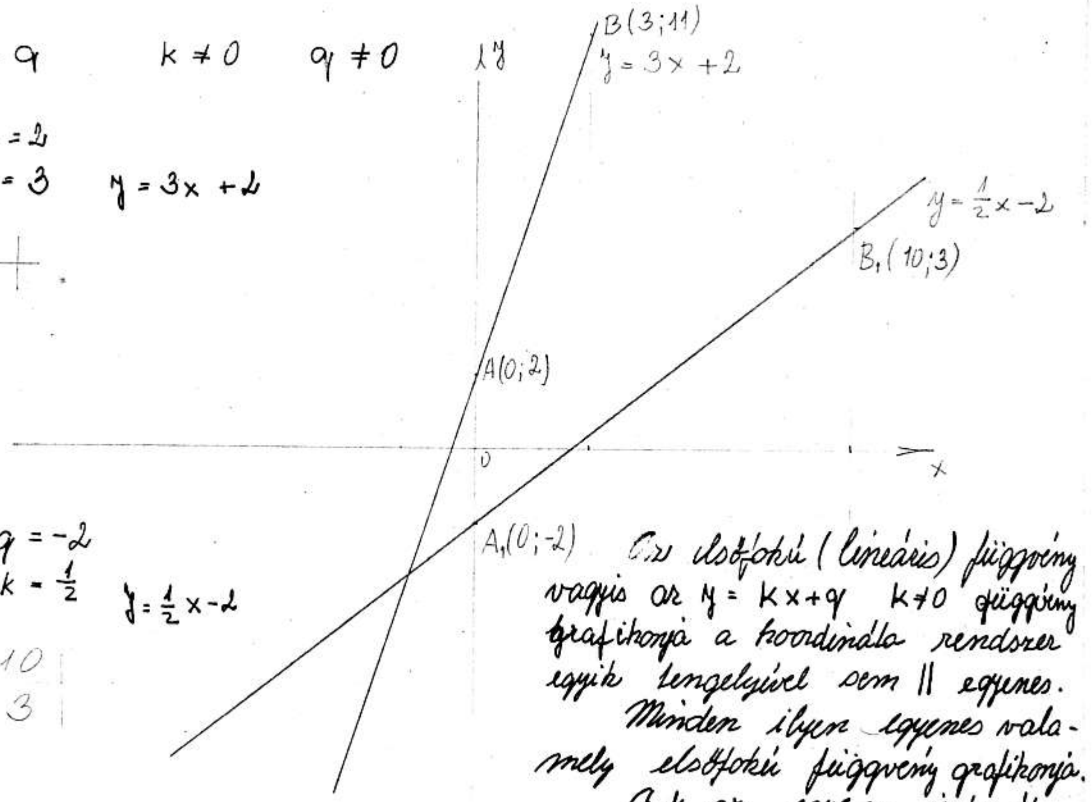


1966. IV. 27.

$y = kx + q \qquad k \neq 0 \qquad q \neq 0$

1., $q > 0 \quad q = 2$
$k > 0 \quad k = 3 \qquad y = 3x + 2$

x	0	3
y	2	11



2., $q < 0 \quad q = -2$
$k > 0 \quad k = \frac{1}{2} \qquad y = \frac{1}{2}x - 2$

x	0	10
y	−2	3

Az elsőfokú (lineáris) függvény vagyis az $y = kx + q \quad k \neq 0$ függvény grafikonja a koordináta rendszer egyik tengelyével sem $\parallel$ egyenes.
Minden ilyen egyenes valamely elsőfokú függvény grafikonja.
A k az egyenes irányát határozza meg, ezért az egyenes irányhatározójának nevezzük.
Ha $k = 0$ akkor állandó (konst.) függ. kapunk, mely grafikonja az x-tel $\parallel$ egyenes.

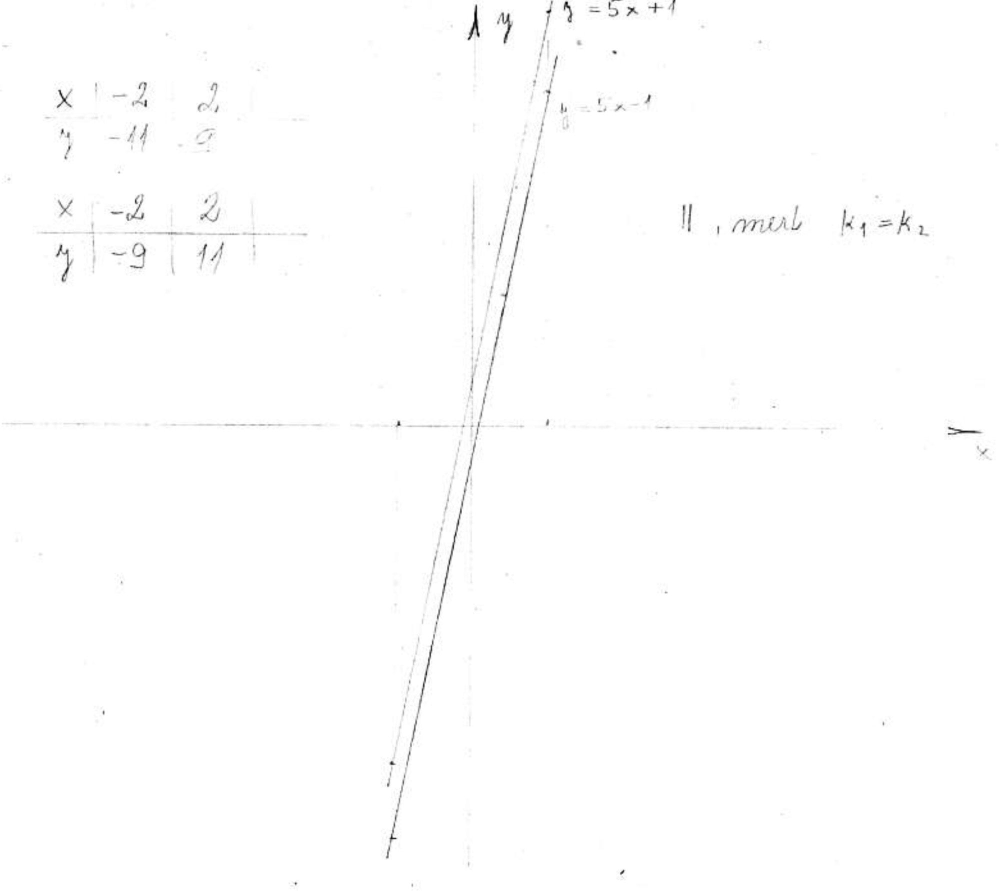
2., ~~$q < 0$~~ q

Az egyenes keresztülhalad a $(0;q)$ ponton.

$y = 5x - 1$
$y = 5x + 1$

x	−2	2
y	−11	9

x	−2	2
y	−9	11



$\parallel$, mert $k_1 = k_2$

966. IV. 27.

88-89 Házi feladat

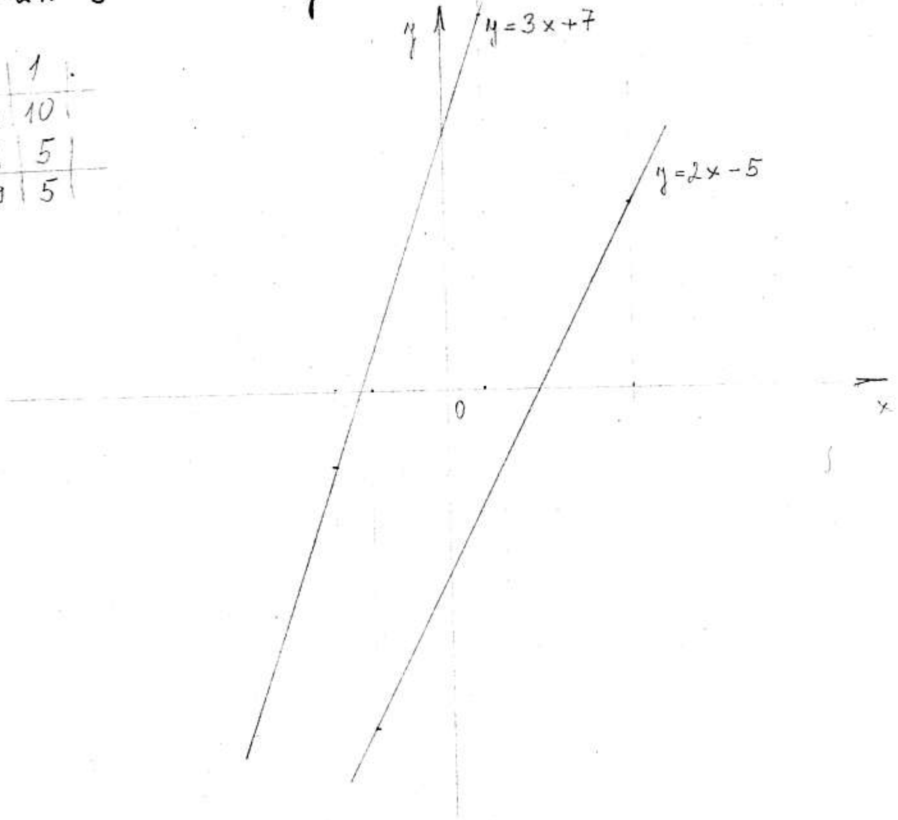
Metszik-e egymást a köv. f. grafikonjai.

$y = 3x + 7$
$y = 2x - 5$

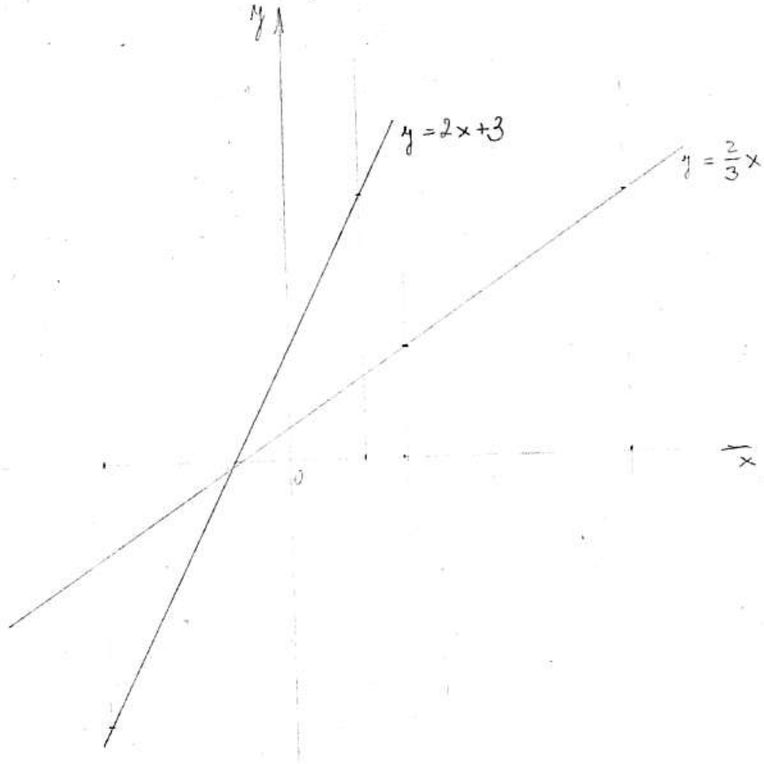
$y = \frac{2}{3}x + 1$
$y = 2x + 3$

megrajzolni !

x	-3	1
y	-2	10
x	-2	5
y	-9	5



x	3	9
y	3	7
x	-5	2
y	-7	7



90. óra

1966.V.5.

Másodfokú függvények

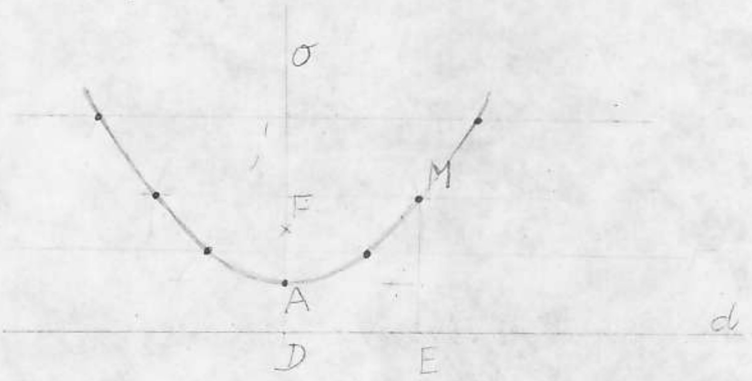
$y = ax^2 + bx + c$ x független változók a; b; c ismert számok

$a \neq 0$ y függő

$\begin{matrix} b=0 \\ c=0 \end{matrix} \rightarrow y = ax^2 \quad a=1 \rightarrow y = x^2$

A másodfokú függvény képe parabola.

A parabola a sík azon pontjainak halmaza, melyek egy adott ponttól és egy adott egyenestől egyenlő távolságra vannak.



F - gyújtópont

d - direktrix - vezérvonal

σ - a p. tengelye

A - a p. csúcspontja

AF = AD

FM = ME

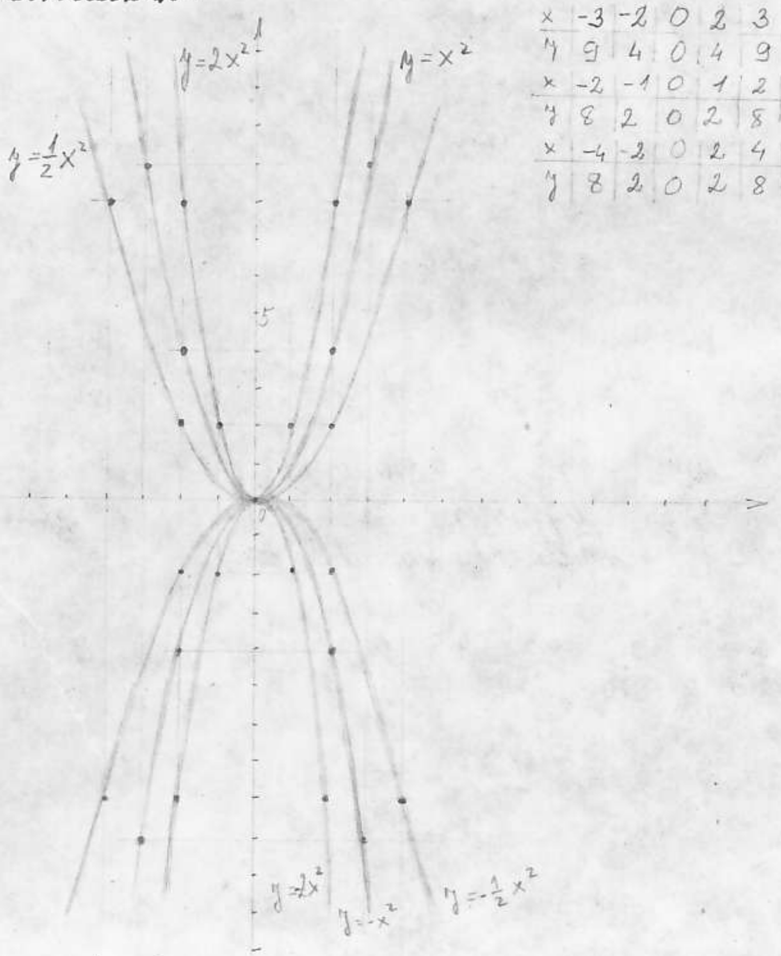
Parabola úgy keletkezik, hogy a kúpot az alkotóval párhuzamos síkkal elmetszük.

x	-3	-2	0	2	3
y	9	4	0	4	9
x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8
x	-4	-2	0	2	4
y	8	2	0	2	8

$y = x^2 \quad y = -x^2$

$y = 2x^2 \quad y = -2x^2$

$y = \frac{1}{2}x^2 \quad y = -\frac{1}{2}x^2$

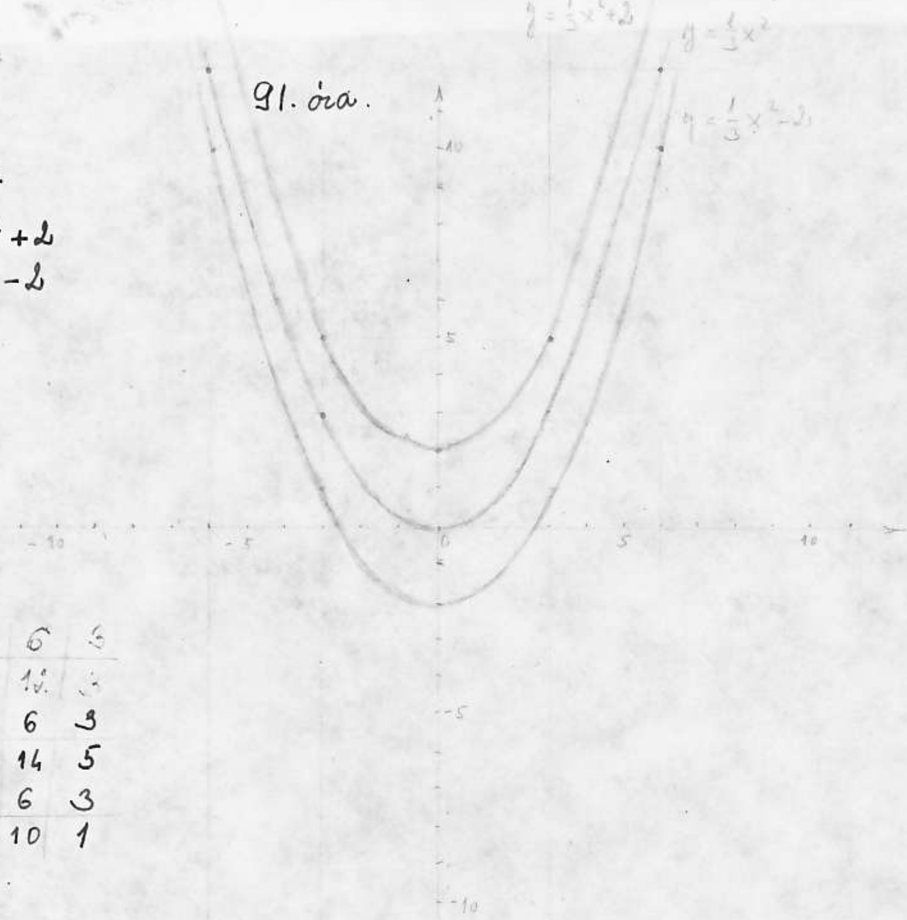


x	-3	-2	0	2	3
y	-9	-4	0	-4	-9
x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8
x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8

1965.V.1?

91. óra.

$y = \frac{1}{3}x^2$
$y = \frac{1}{3}x^2 + 2$
$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$



x	-3	-6	0	6	3
y	3	12	0	12	3
x	-3	-6	0	6	3
y	5	14	2	14	5
x	-3	-6	0	6	3
y	1	10	-2	10	1

Az $y = x^2$ függvény grafikonja parabola. Ez a parabola az y tengely szerint tengelyesen tükrös. A függvény a növekvő x negatív értékekkel süllyed és a növekvő pozitív x számokkal emelkedik.

A függvény értéke $x = 0$ esetében a legkisebb, (0).

Az $y = ax^2$ $a \neq 0$ függvény grafikonja csúcspontjával a koordináta rendszer kezdőpontját érinti.
A parabola tengelye a koordináta rendszer y tengelye.
Ha $a > 0$ a p. az x fölött,
ha $a < 0$ akkor az x alatt helyezkedik el.

Az $y = ax^2$ és $y = -ax^2$ függvények grafikonjai az x tengely szerint kölcsönösen tengelyesen szimmetrikusak.

Az $y = ax^2 + c$ f. grafikonja az $y = ax^2$ f. grafikonjából származik, ugyanis az $y = ax^2$ f grafikonját $[0; 0]$ pontból $[0; c]$ pontba helyezzük át.

Az $y = ax^2 + bx + c$ függvény grafikonját hasonló módon eltolással kapjuk meg az $y = ax^2$ f. grafikonjából.

A másodfokú f. egyenlet grafikus megoldása

$$ax^2+bx+c=0$$

$$ax^2=-bx-c$$

$$x^2=-\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}$$

$$y=x^2 \qquad y=-\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}$$

Egy koordináta rendszerben ábrázoljuk.
Ahol a parabolát metszi az egyenes ott a gyök.

1.) $x^2=x+6$
2.) $x^2=2x+2$

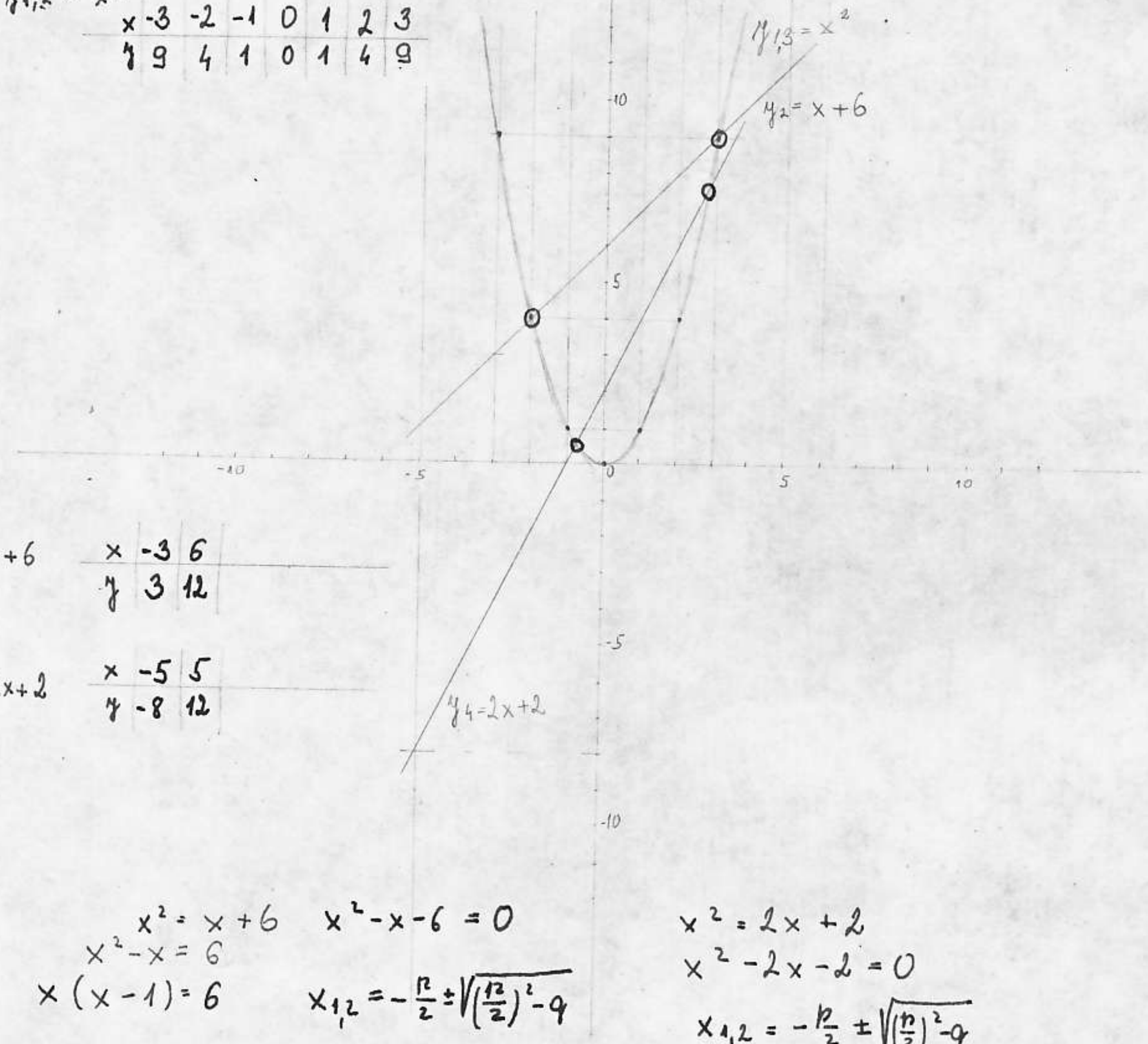
grafikusan és számítással.

91. Házi feladat

1966. V. 11.

$y_{1,2}=x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9



$y_2=x+6$

x	-3	6
y	3	12

$y_4=2x+2$

x	-5	5
y	-8	12

$x^2=x+6$
$x^2-x=6$
$x(x-1)=6$

$x^2-x-6=0$

$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$

$x_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+6}$

$x_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}}$

$x_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\frac{5}{2}$

$x_1=3 \qquad x_2=-2$

$x^2=2x+2$

$x^2-2x-2=0$

$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$

$x_{1,2}=1\pm\sqrt{1+2}$

$x_{1,2}=1\pm\sqrt{3}$

$x_1=2,73$

$x_2=-0,73$

1966. V. 17.

92. óra.

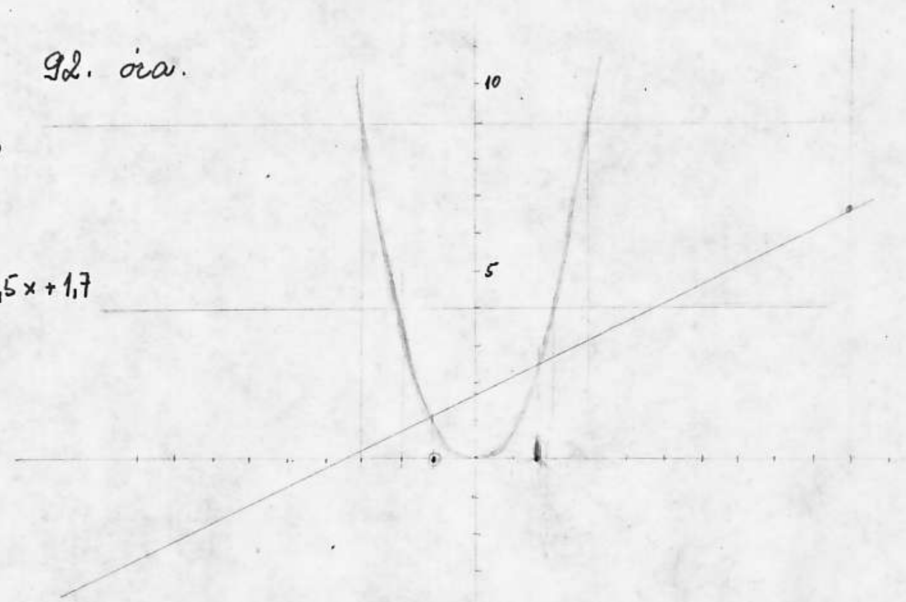
$x^2 - 0{,}5x - 1{,}7 = 0$

$y = x^2$

$y = -px - q \quad y = 0{,}5x + 1{,}7$

x	3	2	0	-2	-3
y	9	4	0	4	9

x	10	0
y	6,7	1,7



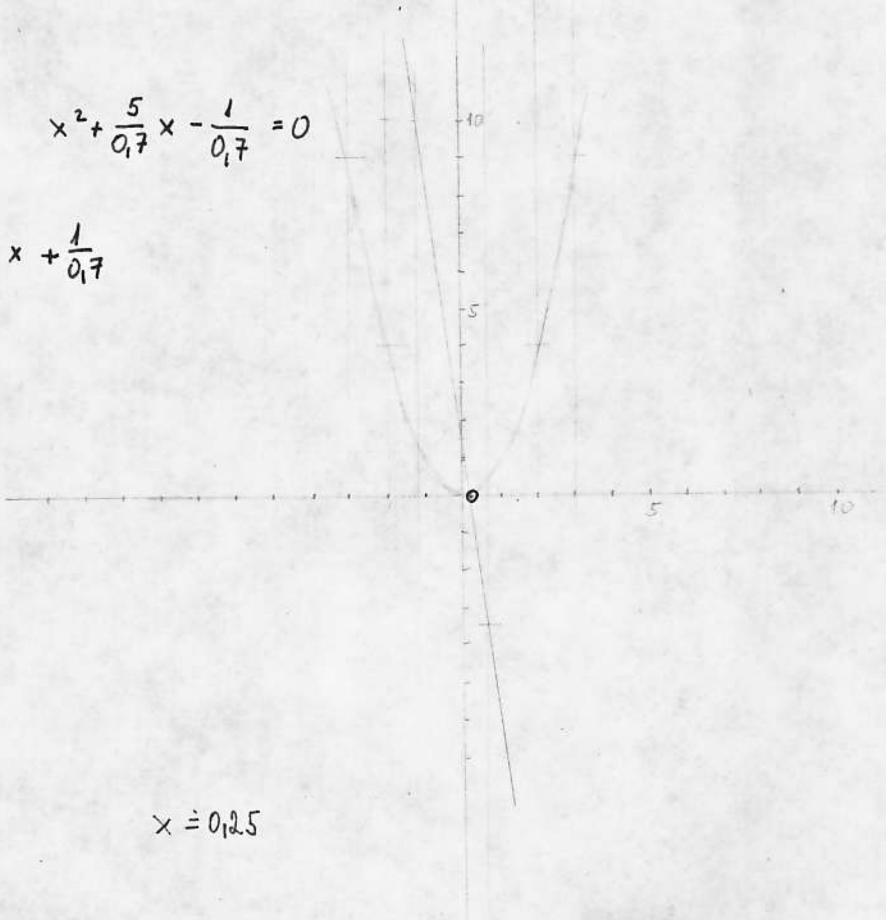
$x_1 \doteq 1{,}6$

$x_2 \doteq 1{,}1$

$0{,}7x^2 + 5x - 1 = 0 \qquad x^2 + \frac{5}{0{,}7}x - \frac{1}{0{,}7} = 0$

$y = x^2$

$y = -px - q \quad y = \frac{-5}{0{,}7}x + \frac{1}{0{,}7}$



x	-3	-2	0	2	3
y	9	4	0	4	9

x	0,7	0	-1,4
y	-3,5	1,4	10

$x \doteq 0{,}25$

92. Házi feladat

1966. V. 17

$4x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$

$y = x^2$

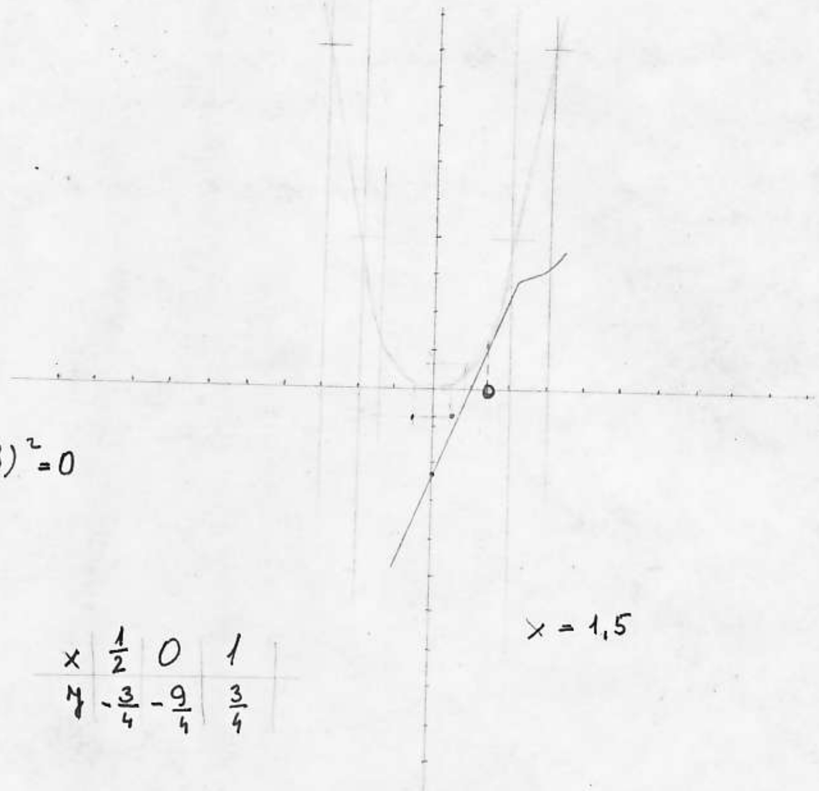
$y = 3x - \frac{9}{4} = \frac{12x - 9}{4}$

$4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2 = 0$

$2x - 3 = 0$

$2x = 3$

$\underline{x = 1,5}$



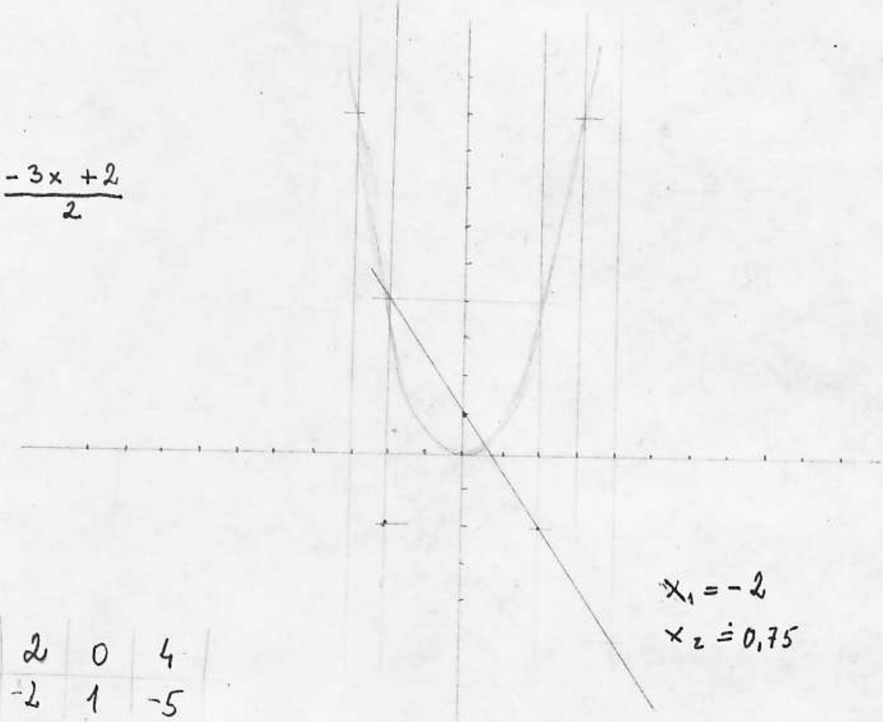
$x = 1,5$

x	$\frac{1}{2}$	0	1
y	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{3}{4}$

$2x^2 + 3x - 2 = 0$

$x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$

$y = -\frac{3x}{2} + 1 = \frac{-3x+2}{2}$



$x_1 = -2$

$x_2 = 0,75$

x	2	0	4
y	-2	1	-5

pr. $2 \cdot -2^2 + 3 \cdot -2 - 2 = 0$ $\quad (2x^2+3x-2):(x-2) = 2x+7$

$8 - 6 - 2 = 0$ $\quad \underline{2x^2 - 4x}$

$0 = 0$ $\quad 0 \quad 7x - 2$

$7x - 14$

$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$ $\qquad x_2 = \frac{1}{2}$

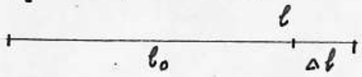
1966. V. 19.

93. óra

A hevített fémrúd l hosszúsága t hőmérséklet hatására az $l = l_0(1+\alpha t)$ összefüggés szerint változik. α az anyag minőségét fejezi ki. A vasrúd hossza 0 °C 20 cm. 50 °C 20,012 cm. Számítsuk ki a vas lineáris kiterjedésének együtthatóját.

$l_t = l_0(1+\alpha t)$ $\qquad$ $0°C \ldots l_0$ $\qquad$ $l_t > l_0$ $\qquad$ $l_t - l_0 = \Delta l$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad$ $t°C \ldots l_t$

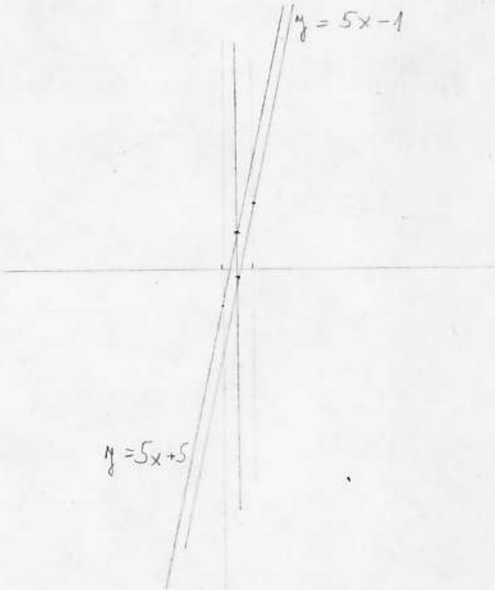


$$l_t = l_0(1+\alpha t)$$
$$l_t = l_0 + l_0\alpha t$$
$$l_t - l_0 = l_0\alpha t$$
$$\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0 t}$$

$$\alpha = \frac{20{,}012 - 20{,}0}{20 \cdot 50} = \frac{0{,}012}{1000} = 0{,}000012 \ \frac{cm}{t}$$

1., $y = 5x - 1$
$\quad$ $y = 5x + 5$

2., $y = \frac{2}{3}x + 1$
$\quad$ $y = 2x + 3$



1., +
$$y = 5x - 1$$
$$y = 5x + 5 \quad /\cdot(-1$$
$$y = 5x - 1$$
$$-y = -5x - 5$$
$$0 = 0 - 6$$
$$0 \neq -6$$

nincs megoldása

párhuzamosak

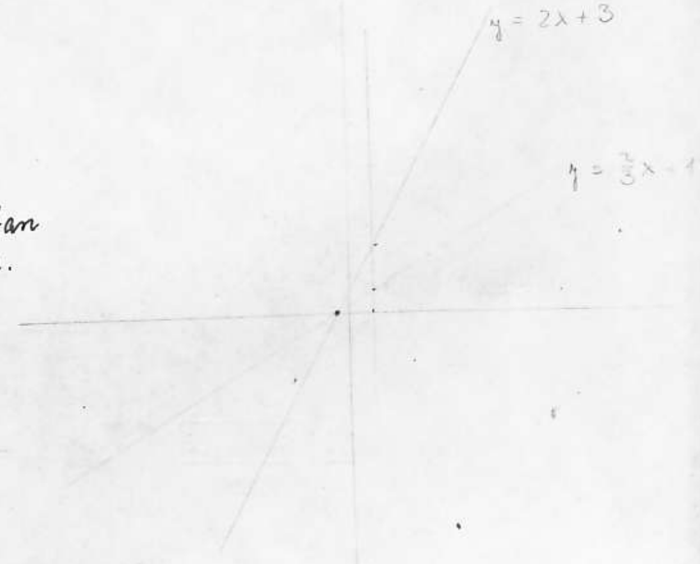
x	0	2
y	-1	9
x	0	-2
y	5	-5

2.,
$$y = \frac{2}{3}x + 1$$
$$y = 2x + 3$$
$$\frac{2}{3}x + 1 = 2x + 3 \quad /\cdot 3$$
$$2x + 3 = 6x + 9$$
$$-6 = 4x$$
$$-\frac{6}{4} = x$$
$$x = -\frac{3}{2}$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{3}{2}}}$$

$$y = \frac{2}{3} \cdot -\frac{3}{2} + 1$$
$$y = -\frac{6}{6} + 1$$
$$y = -1 + 1$$
$$y = 0$$

$A = (-\frac{3}{2}; 0)$ pontban metsz.



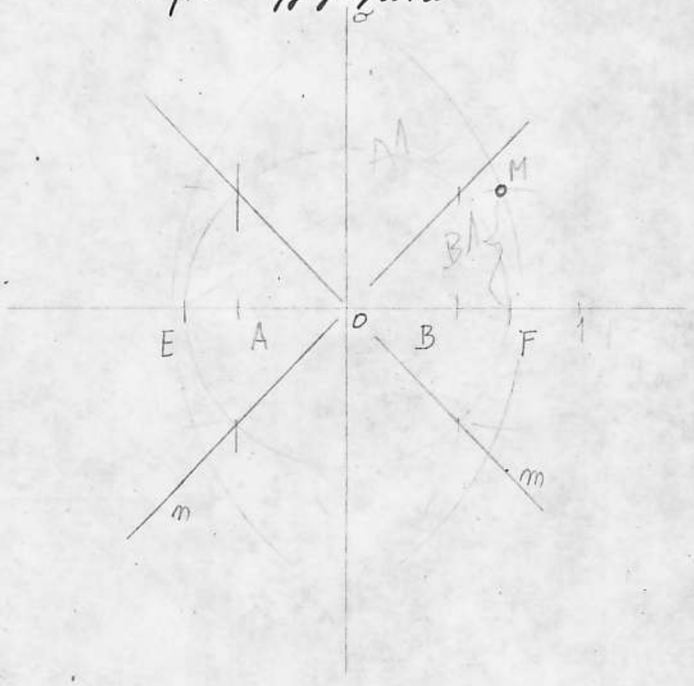
x	$-\frac{3}{2}$	3
y	0	3

x	$-\frac{3}{2}$	3
y	0	9

A hiperbola 94. óra.

A hiperbola a sík azon pontjainak halmaza, melyek két adott ponttól mért távolságok különbsége állandó és kisebb mint az adott pontok távolsága.

E ; F gyűjtőpont



$\overline{EF}$ a hiperbola tengelyei

σ - képzeletes tengely - nincs középpont.

A;B - a hiperbola csúcspontjai

O - a hiperbola középpontja.

$(AF - EA) = AB < EF$

$(EB - FB) = AB < EF$

AB állandó különbség

$EM - FM = AB$

$A1 = EM$

$B1 = FM$

$A1 - B1 = AB$

$EM - FM = AB$

m ; n a hiperbola asimptotái
(ehhez közeledik a hiperbola)

A fordított arányosság

$y = \frac{k}{x}$ $k = 0$ k állandó szám

$y = \frac{1,5}{x}$

x	0,3	0,5	1	2	3	4	5
y	5	3	1,5	0,75	0,5	0,375	0,3

1966. V. 24. 95. óra

1, $\frac{7-x}{2} > \frac{2x-3}{4} - \frac{1-2x}{5}$ $/ \cdot 20$

$10(7-x) > 5(2x-3) - 4(1-2x)$

$70-10x > 10x - 15 - 4 + 8x$

$70-10x > 18x - 19$

$89 > 28x$

$x < \frac{89}{28}$ $x < 3{,}17$ $x = 1; 2; 3$

2, $\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{2} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{a^{\frac{6}{7}} \cdot a^{0} \cdot a^{-\frac{2}{5}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}+2+\left(-\frac{3}{4}\right)}}{a^{\frac{6}{7}+0+\left(-\frac{2}{5}\right)}} = \frac{a^{\frac{7}{4}}}{a^{\frac{11}{35}}} =$

$= a^{\frac{7}{4}-\frac{11}{35}}$;

3, $\frac{x-3}{|3x-2|} < 3$

$x-3 < |3x-2| \cdot 3$

$x-3 < (3x-2) \cdot 3$

$x-3 < 9x-6$

$3 < 8x$

$x > \frac{3}{8}$

$3x-2 \geq 0 \rightarrow |3x-2| = 3x-2$

$3x-2 \geq 0 \rightarrow 3x \geq 2 \rightarrow x \geq \frac{2}{3}$

$\frac{3}{8} < x \geq \frac{2}{3}$

$3x-2 < 0 \rightarrow |3x-2| = 2-3x$

$3x-2<0 \rightarrow 3x < 2 \rightarrow x < \frac{2}{3}$

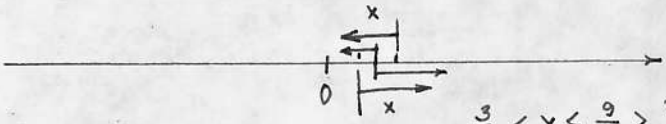
$+\frac{3}{8} < x < \frac{2}{3}$

$x-3 < (2-3x) \cdot 3$

$x-3 < 6-9x$

$10x < 9$

$x < \frac{9}{10}$



$\frac{3}{8} < x < \frac{9}{10}$ >'

4, $|x-3{,}4| < 0{,}6$

$x-3{,}4 < 0{,}6$

$x < 4$

$x-3{,}4 \geq 0 \rightarrow |x-3{,}4| = x-3{,}4$

$x-3{,}4 \geq 0 \rightarrow x \geq 3{,}4$

$3{,}4 \leq x < 4$

$x-3{,}4 < 0 \rightarrow |x-3{,}4| = 3{,}4-x$

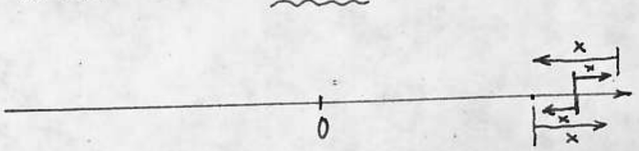
$x-3{,}4 < 0 \rightarrow x < 3{,}4$

$2{,}8 < x < 3{,}4$

$|x-3{,}4| < 0{,}6$

$3{,}4 - x < 0{,}6$

$2{,}8 < x$



95. Házi feladat

1966. V. 24.

$x+y>5$ $\quad |x-3|\leqq 4$ $\quad \frac{x-4}{x-1}<0$

$x-y>1$

1. $x+y>5$ $\quad x=4;5;6\ldots$ $\quad x-y>1$ $\quad x+y>5$

$x-y>1$ $\quad -x+y<-1$ $\quad y>5-x$

$2x>6$ $\quad y<x-1$ $\quad y>5-3$

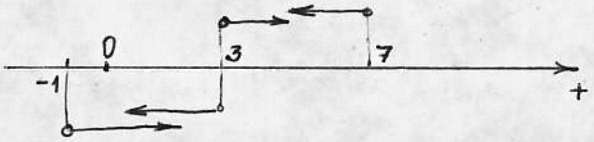
$x>3$ $\quad y\geqq 2$

2. $|x-3|\leqq 4$ $\quad x-3\geqq 0 \rightarrow |x-3|=x-3$

$|x-3|\leqq 4$ $\quad x-3\geqq 0$

$x-3\leqq 4$ $\quad x\geqq 3$

$x\leqq 7$



$x-3<0 \rightarrow |x-3|=3-x$

$|x-3|\leqq 4$ $\quad x-3<0$

$3-x\leqq 4$ $\quad x<3$ $\quad \underline{\underline{-1<x<7}}$

$-x\leqq 1$

$x\geqq -1$

3. $\frac{x-4}{x-1}<0$

a, $x-4<0$ $\quad x<4$

$x-1>0$ $\quad x>1$ $\quad 1<x<4$

b, $x-4>0$ $\quad x>4$

$x-1<0$ $\quad x<1$ $\quad 4<x<1$ /

$\underline{\underline{1<x<4}}$ $\quad x=2;3$

966.V.26. 96. óra.

Az egyik szám 8-cal nagyobb mint a másik. Szorzatuk 240. Melyik ez a két szám.

$(x+8)\cdot x = 240$

$x^2 + 8x - 240 = 0$

$x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = 4 \pm \sqrt{16+240}$

$x_{12} = -4 \pm \sqrt{256}$

$x_{12} = -4 \pm 16$ pr. $12 \cdot 20 = 240$.

$x_1 = -20$ $x_2 = -12$

$x_1 = 20$ $x_2 = 12$

Két szám szorzata -150. Összegük 5. Melyik ez a két szám?

$x\cdot(5-x) = -150$

$5x - x^2 = -150$

$0 = x^2 - 5x - 150$

$x_1 = \frac{30}{2} = 15$

$x_2 = -\frac{20}{2} = -10$

$x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_{12} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 150}$

$x_{12} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 150}$

$x_{12} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{-\frac{575}{4}}$

$x_{12} = \frac{5}{2} \pm \frac{24}{2}$

$x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_{12} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 150}$

$x_{12} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{625}{4}}$

$x_{12} = \frac{5}{2} \pm \frac{25}{2}$

$x_{12} = \frac{10}{4} \pm \frac{25}{2}$

Két cséplőgép a begyűjtött búzát 4 nap alatt tudja elcsépelni. Ha először az 1. gép elcsépeli a búzamennyiség felét majd utánna a többit a 2., az egész munka 9 napig tart. Hány nap alatt tudná elcsépelni az egész búza mennyiséget egyedül az 1. és 2. cséplőgép.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ $/ \cdot 4xy$ $4y + 4x = xy$

$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 9$ $/ \cdot 2$ $x + y = 18 \rightarrow x = 18 - y$

$4y + 4(18-y) = (18-y)\cdot y$

$4y + 72 - 4y = 18y - y^2$

$y^2 - 18y + 72 = 0$

$x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_{12} = 9 \pm \sqrt{81-72}$

$x_{12} = 9 \pm \sqrt{9}$

$x_{12} = 9 \pm 3$

$x_1 = 12$ $x_2 = 6$

Az egyik 12 nap, a másik 6 nap alatt tudja egyedül elvégezni.

$Q - x - y$ $\frac{Q}{x}$ $\frac{Q}{x} + \frac{Q}{y} = \frac{Q}{4}$

Írjuk fel azt a másodfokú egyenletet, melynek gyökei

$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$
$$\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) = 0$$
$$x^2 - \frac{x.\sqrt{2}}{2} - \frac{x\sqrt{2}}{3} + \frac{2}{6} = 0 \quad /.6$$
$$6x^2 - 3x.\sqrt{2} - 2x.\sqrt{2} + 2 = 0$$
$$\underline{\underline{6x^2 - 5x.\sqrt{2} + 2 = 0}}$$

$x_1 = 3$ $x_2 = 5$

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$
$$(x - 3)(x - 5) = 0$$
$$x^2 - 3x - 5x + 15 = 0$$
$$\underline{\underline{x^2 - 8x + 15 = 0}}$$

Egy téglalap alakú kertet, mely egyik oldala 10 m-rel hosszabb a másiknál körül kell keríteni sövénnyel. Határozzuk meg a sövény hosszúságát, ha a bekerítendő terület 1200 m^2.

$$a.(a+10) = 1200$$
$$a^2 + 10a - 1200 = 0$$

$$p_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -5 \pm \sqrt{25+1200}$$
$$x_{12} = -5 \pm \sqrt{35}$$
$$x_1 = 30 \quad x_2 = 40$$

$$l = 2.70 = \underline{140}$$

A sövény hossza 140 m.

Egy téglalap magassága az alap 75%-a. Számítsuk ki a téglalap kerületét, ha területe 48 m^2.

$$a \cdot \frac{3}{4}a = 48$$
$$a \cdot \frac{3a}{4} = 48$$
$$3a^2 = 192$$
$$a^2 = 64$$
$$\underline{a = 8}$$

$\underline{a = 8 m}$ $\underline{b = 6 m}$

$\underline{\underline{K = 28 m.}}$

1966.V.26.

96. Házi feladat

270-et bontsuk 2 olyan tényezőre, melyek összege 33.

$$x\cdot(33-x)=270$$
$$33x-x^2=270$$
$$0=x^2-33x+270$$

$$x_{12}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}=\frac{33}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{33}{2}\right)^2-270}$$
$$x_{12}=\frac{33}{2}\pm\sqrt{\frac{1089}{4}-270}$$
$$x_{12}=\frac{33}{2}\pm\sqrt{\frac{1089-1080}{4}}=\frac{33}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}}$$
$$x_1=\frac{36}{2}=18 \qquad x_2=\frac{30}{2}=15$$

Egy négyzet kerületén egyenlő hosszúságú fonál egyik végéből levágunk 36 cm-t. Az így módon megrövidített fonál hosszúsága egy olyan négyzet kerületével egyenlő, mely területe 2/25-ödrésze az első négyzet területének. Milyen hosszú volt eredetileg a fonál.

$$\left(\frac{4x-36}{4}\right)^2=\frac{2}{25}x^2$$
$$(x-9)^2=\frac{2x^2}{25}$$
$$25(x^2-18x+81)=2x^2$$
$$25x^2-450x+2025=2x^2$$
$$23x^2-450x+2025=0$$

$$x_{12}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{450\pm\sqrt{202500-186300}}{46}$$

$$25\cdot18 \qquad 25\cdot81$$
$$200 \qquad 200$$
$$450 \qquad 2025$$

$$x_{12}=\frac{450\pm\sqrt{16200}}{46}=\frac{450\pm172}{46}$$
$$x_1=\frac{622}{46}=\frac{311}{23}=13{,}6$$
$$x_2=\frac{278}{46}=\frac{139}{23}=6$$

Egy óvoda növendékei részére cipő vásárlásra 3120 Ft-ot irányoztak elő. Vásárláskor kiderült, hogy a cipő ára 5 Ft-tal olcsóbb, mint számították és így az előirányzott összegből a tervezett mennyiségnél 4 párral többet tudtak venni. Hány pár cipőt akartak venni eredetileg?

$$\frac{3120}{x}=a \qquad \frac{3120}{x-5}=a+4$$
$$\frac{3120}{a}=x \qquad \frac{3120}{a+4}=x-5$$
$$\frac{3120}{a}=\frac{3120}{a+4}+5 \;/\cdot a(a+4)$$
$$3120(a+4)=3120\cdot a+5a(a+4)$$
$$3120a+12480=3120a+5a^2+20a$$
$$0=5a^2+20a-12480$$
$$0=a^2+4a-2496$$

$$x_{12}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$
$$x_{12}=-2\pm\sqrt{4+2496}$$
$$x_{12}=-2\pm\sqrt{2500}$$
$$x_{12}=-2\pm50$$
$$x_1=48$$

Egy repülőtérről egyszerre indul 2 repülőgép egy 1600 km-re levő cél felé. Az egyik sebessége 80 km/ó-val nagyobb a másikénál. Így egy órával hamarább is ér célhoz. Állapítsuk meg mindkét repülőgép sebességét.

x km/ó sebesség

$$\frac{1600}{x} = \frac{1600}{x+80} + 1$$

$$1600(x+80) = 1600\cdot x + (x+80)\cdot x$$

$$1600x + 80\cdot 1600 = 1600x + x^2 + 80x$$

$$0 = x^2 + 80x - 128.000$$

$$x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{12} = -80/2 \pm \sqrt{1600 + 128000}$$

$$x_{12} = -40 \pm \sqrt{129600}$$

$$x_{12} = -40 \pm 360$$

$$x_1 = 320 \quad x_2 = -400$$

$$\sqrt{12\,96\,00} = 360$$

396 : 66.6
= 000

pr. $\frac{1600}{320} = \frac{1600}{400} + 1$

$5 = 4 + 1$

$5 = 5$

Oldjuk meg a köv. egyenlőtlenséget.

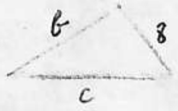
$$\frac{5\cdot(\pi - 1)}{6} - 1 > \frac{2(\pi + 1)}{3}$$

$$5(\pi - 1) - 6 > 4(\pi + 1)$$

$$5\pi - 5 - 6 > 4\pi + 4$$

$$\pi > 15$$

A △ oldalai egész számmal vannak kifejezve. Az egyik oldal 8 cm. A másik 2 oldal összege 32 cm. Hat. meg őket.



$$8^2 + b^2 = c^2$$

$$8^2 + b^2 = (32 - b)^2$$

$$64 + b^2 = 1024 - 64b + b^2$$

$$64b = 960$$

$b = 15$ cm, $c = 32 - 15 = 17$ cm.

$32^2 = 1024$
9
124

966. V. 31

97. óra + Házi feladat

$$\frac{1-a^{\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}{a-1}=\frac{1-a^{\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}}-\frac{\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}}{a-1}=\frac{1-a^{\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}}-\frac{\frac{a+1}{\sqrt{a}}}{a-1}=$$

$$=\frac{1-a^{\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}}-\frac{a+1}{a^{\frac{1}{2}}(a-1)}=\frac{(1-a^{\frac{1}{2}})(a-1)\cdot a^{\frac{1}{2}}-(a+1)(1+a^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}}(a-1)(1+a^{\frac{1}{2}})}=$$

$$=\frac{a^{\frac{1}{2}}(a-a^{\frac{3}{2}}-1+a^{\frac{1}{2}})-(a+1+a^{\frac{3}{2}}+a^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}}(a-1+a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{1}{2}})}=\frac{a^{\frac{3}{2}}-a^{2}-a^{\frac{1}{2}}+a-a-1-a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{1}{2}}+a^{2}-a}=$$

$$=\frac{-a^{2}-2a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{2}+a^{\frac{3}{2}}-a-a^{\frac{1}{2}}};$$

$$\frac{a-b}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}-\frac{a+b}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}=\frac{a^{\frac{4}{3}}-ba^{\frac{1}{3}}+ab^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{4}{3}}-a^{\frac{4}{3}}+ab^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b+b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}=$$

$$=\frac{2ab^{\frac{1}{3}}-2a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}=\frac{2ab^{\frac{1}{3}}-2a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}=\frac{2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}(a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}=2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}=$$

$$=2\sqrt[3]{ab}$$

$$\left(1+\frac{x^{-m}+y^{-m}}{x^{-m}-y^{-m}}\right)^{-2} \qquad \frac{2a^2b^3c\cdot c^mb^nc^2\cdot 6x^{m-1}}{3x^2y^3\cdot x^my^n\cdot a^{m+1}\cdot b^{m+2}}$$

1966. VI. 1.

97. Házi feladat.

$$\frac{2a^2b^3c\,c^mb^nc^2\cdot 6x^mx^{-1}}{3x^2y^3x^my^na^ma\,b^mb^{2}}=\frac{c^{m+3}}{4\,a^{2-(m+1)}\,b^{(n+3)-(m+2)}\,x^{(m-1)-(m+2)}}\Big/y^{m+}$$

$$=\frac{4a^{1-m}\,b^{n-m+1}\quad c^{m+3}\ x^{-3}}{y^{n+3}}=\frac{4a^{1-m}\,b^{1+n-m}\ c^{m+3}}{y^{n+3}\ x^{3}}=$$

$$=4a^{1-m}\,b^{1+n-m}c^{m+3}\ y^{-n-3}x^{-3}$$

$$\left(1+\frac{x^{-m}+y^{-m}}{x^{-m}-y^{-m}}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(1+\frac{x^{-m}+y^{-m}}{x^{-m}-y^{-m}}\right)^{2}}=\frac{1}{1+\frac{2(x^{-m}+y^{-m})}{x^{-m}-y^{-m}}+\frac{(x^{-m}+y^{-m})^2}{(x^{-m}-y^{-m})^2}}=$$

$$=\frac{1}{\frac{(x^{-m}-y^{-m})^2+2(x^{-m}+y^{-m})(x^{-m}-y^{-m})+(x^{-m}+y^{-m})^2}{(x^{-m}-y^{-m})^2}}=$$

$$=\frac{(x^{-m}-y^{-m})^2}{x^{-2m}-2x^{-m}y^{-m}+y^{-2m}+2(x^{-2m}-y^{-2m})+x^{-2m}+2x^{-m}y^{-m}+y^{-2m}}=$$

$$=\frac{(x^{-m}-y^{-m})^2}{x^{-2m}-2x^{-m}y^{-m}+y^{-2m}+2x^{-2m}-2y^{-2m}+x^{-2m}+2x^{-m}y^{-m}+y^{-2m}}=$$

$$=\frac{(x^{-m}-y^{-m})^2}{4x^{-2m}+2y^{-2m}-2y^{-2m}}=\frac{x^{-2m}-2x^{-m}y^{-m}+y^{-2m}}{4x^{-2m}}$$

98. + 99. óra

1966. VI. 2.

$$x^4-10x^2+9=0$$
$$(x^2-9)(x^2-1)=0$$
$$x^2-9=0 \qquad x^2-1=0$$
$$x_{1,2}=\pm 3 \qquad x_{3,4}=\pm 1$$

$$\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-4}=\frac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-7}$$
$$(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-7)=(\sqrt{x}-6)(\sqrt{x}-4)$$
$$x-7\sqrt{x}-2\sqrt{x}+14=x-6\sqrt{x}-4\sqrt{x}+24$$
$$x-9\sqrt{x}+14=x-10\sqrt{x}+24$$
$$\sqrt{x}=10$$
$$x=100$$

$$x^4-13x^2+36=0$$
$$(x^2-9)(x^2-4)=0$$
$$(x^2-9)=0 \qquad (x^2-4)=0$$
$$x_{1,2}=\pm 3 \qquad x_{3,4}=2$$

$x_1 = \frac{3+2\sqrt{5}}{3}$ $\quad (x - x_1)(x - x_2) = 0$

$x_2 = \frac{3-2\sqrt{5}}{3}$ $\quad \left(x - \frac{3+2\sqrt{5}}{3}\right)\left(x - \frac{3-2\sqrt{5}}{3}\right) = 0$

$$\left(\frac{3x-3+2\sqrt{5}}{3}\right)\left(\frac{3x-3-2\sqrt{5}}{3}\right) = 0$$

$$\frac{9x^2 - 9x + 6x\sqrt{5} - 9x + 9 - 6\sqrt{5} - 6x\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 20}{9} = 0$$

$$\frac{9x^2 - 18x - 11}{9} = 0$$

$$x^2 - 2x - \frac{11}{9} = 0$$

$$169a^8b^6c^2 - 1 = (13a^4b^3c + 1)(13a^4b^3c - 1)$$

$$\left(\frac{1}{4}xy^{-2} - \frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^2\right)^{-2} = \left(\frac{x}{4y^2} - \frac{2y^2}{3x^{\frac{2}{3}}}\right)^{-2} = \left(\frac{3x^{\frac{5}{3}} - 8y^4}{12y^2x^{\frac{2}{3}}}\right)^{-2} = \left(\frac{9x^{\frac{10}{3}} - 64y^8}{144y^4x^{\frac{4}{3}}}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{144y^4x^{\frac{4}{3}}}{9x^{\frac{10}{3}} - 64y^8};$$

$x_1 = \frac{1}{2}$ $\quad (x - \frac{1}{2})(x + 2) = 0$

$x_2 = -2$ $\quad x^2 - \frac{x}{2} + 2x - 1 = 0$

$$x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

Egy négyzet alakú vaslemezből levágunk egy 3 cm-es csíkot. A maradék lemez területe 10 cm^3. Határozzuk meg az eredeti méreteit.

$x^2 - 3x = 10$ $\quad x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = +1,5 \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 10} = 1,5 \pm \sqrt{\frac{49}{4}} =$

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$$= \frac{3}{2} \pm \frac{7}{2} \qquad x_1 = 5 \qquad x_2 = -2$$

100 óra Gyakorlat 1966. VI. 14.

$$\sqrt{x-5} + \sqrt{x-2} = 7 \quad /^2$$

1.,
$$x-5 + 2\cdot\sqrt{x-5}\cdot\sqrt{x-2} + x-2 = 49$$
$$2\sqrt{(x-5)(x-2)} = 56-2x$$
$$\sqrt{x^2-7x+10} = 28-x \quad /^2$$
$$x^2-7x+10 = 784-56x+x^2$$
$$49x = 774$$
$$x = 15{,}8$$

2., Melyik szám kisebb 600-zal, mint a 2. hatványa?

$$x+600 = x^2$$
$$0 = x^2-x-600 \qquad x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}+600}$$
$$x_{12} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{2401}{4}}$$
$$x_{12} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2401}}{2} = \frac{1}{2} \pm \frac{49}{2}$$
$$x_1 = 25 \qquad x_2 = -24$$

3., Két egymás után következő páratlan szám szorzata 1023. Határozzuk meg.

$$a\cdot(a+2) = 1023$$
$$a^2+2a-1023 = 0 \qquad x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = 1 \pm \sqrt{1+1023}$$
$$x_{12} = 1 \pm 32$$
$$x_{1,2} = 33 \quad -31$$

4.,
$$\sqrt{x+\frac{3}{2}} + \sqrt{x-\frac{1}{2}} = 2 \quad /^2$$
$$x+\frac{3}{2} + 2\sqrt{x+\frac{3}{2}}\sqrt{x-\frac{1}{2}} + x - \frac{1}{2} = 4$$
$$2\sqrt{\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)} = -2x+3 \quad /^2$$
$$4\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) = 9-12x+4x^2$$
$$4\left(x^2+\frac{3x}{2}-\frac{x}{2}-\frac{3}{4}\right) = 9-12x+4x^2$$
$$4x^2+4x-3 = 4x^2-12x+9$$
$$16x = 12$$
$$x = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3x}{x+6} - \frac{4}{x-1} = 4 \qquad 1. \ (x+6)(x-1)$$

$$3x(x-1) - 4(x+6) = 4(x+6)(x-1)$$
$$3x^2 - 3x - 4x - 24 = 4(x^2+5x-6)$$
$$3x^2 - 7x - 24 = 4x^2 + 20x - 24$$
$$0 = x^2 + 27x$$
$$x(x+27) = 0 \qquad x_1 = 0$$
$$x_2 = -27$$

966. VI. 14.

100. Házi feladat

$$\frac{5}{3-2x} + \frac{4}{x-2} = \frac{5}{x+1} \qquad \frac{3-2x}{5} + 8 > \frac{5x+2}{2} - x$$

$$\sqrt{2x+9} - \sqrt{2x-7} = 2$$

Számot bontsunk fel 2 összeadandóra, hogy szorzatuk m legyen. Határozzuk meg „m" részére az intervalt-t. Milyen „m" részére legnagyobb a szorzat?

$$x^2 + 0,9x - 0,36 = 0 \qquad x+1 < |x-3|$$

1., $$\frac{5}{3-2x} + \frac{4}{x-2} = \frac{5}{x+1}$$

$$5(x-2)(x+1) + 4(3-2x)(x+1) = 5(3-2x)(x-2)$$
$$5(x^2-x-2) + 4(-2x^2+x+3) = 5(-2x^2+7x-6)$$
$$5x^2 - 5x - 10 - 8x^2 + 4x + 12 = -10x^2 + 35x - 30$$
$$-3x^2 - x + 2 = -10x^2 + 35x - 30$$
$$7x^2 - 36x + 32 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{36 \pm \sqrt{1296-896}}{14} = \frac{36 \pm \sqrt{400}}{14}$$

$$x_1 = \frac{36+20}{14} = \frac{56}{14} = 4$$

$$x_2 = \frac{36-20}{14} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

2.) $\sqrt{2x+9} - \sqrt{2x-7} = 2 \quad /^2$

$2x + 9 - 2\sqrt{2x+9}\sqrt{2x-7} + 2x - 7 = 4$

$-2\sqrt{2x+9}\sqrt{2x-7} = -12$

$- A = -6$

$\sqrt{(2x+9)(2x-7)} = 6 \quad /^2$

$(2x+9)(2x-7) = 36$

$4x^2 + 4x - 63 = 36$

$4x^2 + 4x - 99 = 0$

$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 1584}}{8}$

$x_{12} = \frac{-4 \pm \sqrt{1600}}{8}$

$x_1 = \frac{-4+40}{8} = \frac{36}{8} = \frac{18}{4} = 4{,}5$

$x_2 = \frac{-4-40}{8} = -\frac{44}{8} = -5{,}5$

$x = 8$

3.) $a \cdot b = m$

$a + b = 100$

$(100 - b) \cdot b = m$

$100b - b^2 = m$

$b^2 - 100b + m = 0 \longrightarrow b = \frac{100}{2} \pm \sqrt{50^2 - m} \quad b = 50 \pm \sqrt{2500 - m}$

Mivel legalább az egyik pozitív $\rightarrow$

$\rightarrow \sqrt{2500 - m} \geqq 0 \longrightarrow m \leqq 2500$

(csak így tud. gyököt vo.)

A szorzat legnagyobb, ha $m = 2500$ $[a = b]$.

4.) $x^2 + 0{,}9x - 0{,}36 = 0$

$(x + 1{,}2)(x - 0{,}3) = 0$

$x + 1{,}2 = 0 \longrightarrow x_1 = -1{,}2$

$x - 0{,}3 = 0 \longrightarrow x_2 = 0{,}3$

5.) $x + 1 < |x - 3|$

$x \geqq 3 \rightarrow |x-3| = x - 3$

$x + 1 < x - 3$

$0 < -4$

$x \leqq 3 \rightarrow |x - 3| = 3 - x$

$x + 1 < 3 - x$

$2x < 4$

$x < 2$

6.) $\frac{3-2x}{5} + 8 > \frac{5x+2}{2} - x \quad \cdot 10$

$2(3-2x) + 80 > 5(5x+2) - 10x$

$6 - 4x + 80 > 25x + 10 - 10x$

$86 - 4x > 15x + 10$

$76 > 19x$

$x < \frac{76}{19}$

$x < 4$

2.) $\sqrt{2x+9} - \sqrt{2x-7} = 2 \quad /^2$

$2x + 9 - 2\sqrt{4x^2+4x-63} + 2x - 7 = 4$

$\sqrt{4x^2+4x-63} = 2x + 1 \quad /^2$

$4x^2 + 4x - 63 = 4x^2 + 4x + 1$

$8x = 64$

$x = 8$

$$\left[(a+m)^2+(b-n)^2\right]^2-\left[(a-m)^2-(b+n)^2\right]^2=$$

A B

$= \cancel{[a^2+2am+m^2}$

$= \left\{\left[(a+m)^2+(b-n)^2\right]+\left[(a-m)^2-(b+n)^2\right]\right\}\cdot\left\{\left[(a+m)^2+(b-n)^2\right]-\left[(a-m)^2-(b+n)^2\right]\right\}=$

$=\left[(a+m)^2+(b-n)^2+(a-m)^2-(b+n)^2\right]\cdot\left[(a+m)^2+(b-n)^2-(a-m)^2+(b+n)^2\right]=$

$=\left[a^2+2am+m^2+b^2-2bn+n^2+a^2-2am+m^2-b^2-2bn-n^2\right]\cdot\left[a^2+2am+m^2+b^2-2bn+n^2-a^2+2am-m^2+b^2+2bn+n^2\right]$

$=(2a^2+2m^2-4bn)\cdot(2b^2+2n^2+4am)=$

$=4a^2b^2+4m^2b^2-8b^3n+4a^2n^2+4n^2m^2-8bn^3+8a^3m+8am^3-16abnm$

$=2(a^2+m^2-2bn).2(b^2+n^2+2am)$

100. Hf. 3p.

$a_1 a_2 = m$

$a_1+a_2 = 100 \longrightarrow a_1 = 100-a_2$

$a_2\cdot(100-a^2) = m$

$100a_2-a_2^2 = m$

$0 = a_2^2-100a_2+m \qquad a_2 = 50\pm\sqrt{50^2-m}$

$a_1 = 50+\sqrt{50^2-m} \qquad a_2 = 50-\sqrt{50^2-m}$

---

2 lehetőség: 1. $a_1 = a_2$
2. $a_1 < a_2$

Mikor nagyobb m. $a_1.a_2 = 50^2$ v. $a_1.(100-a_1)$

50^2 v. $100a-a^2$ mint egyenlet

$a^2-100a+50^2$ mint 0

$(a-50)^2$ " 0 Ennek > értelme →

ha $a_1=a_2 \rightarrow m >$ mint ha $a_1 \neq a_2 \Rightarrow$

m legnagyobb $a_1=a_2=\frac{100}{2}$ esetén $=50^2=2500$

$m \leq 2500$ ←

$a \geq 0$ mivel legalább az egyik + kell hogy legyen.

$50\pm\sqrt{50^2-m} \geq 0$

$50 \geq \pm\sqrt{50^2-m} \quad |^2$

$50^2 \geq 50^2-m$

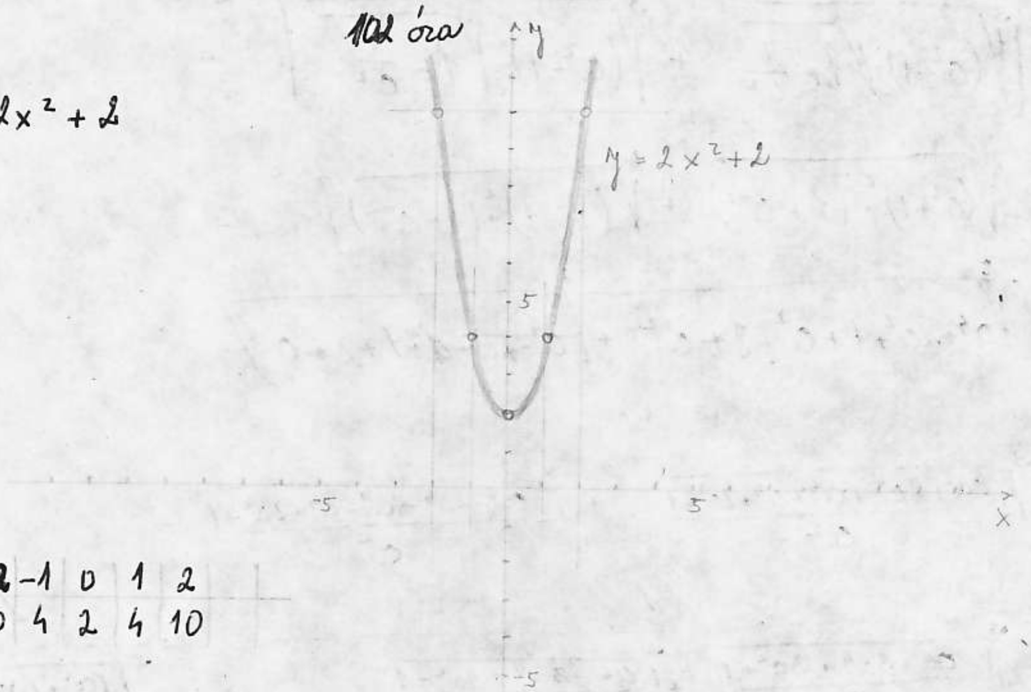
$m \geq 0$

$0 \leq m \leq 2500$

10a óra 1966. VI. 16.

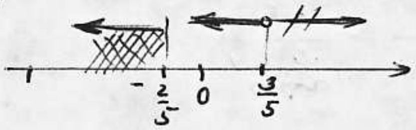
1.,

$y = 2x^2 + 2$



x	-2	-1	0	1	2
y	10	4	2	4	10

2., $|3-5x| > 5$



$3-5x \geqq 0 \rightarrow |3-5x| = 3-5x$

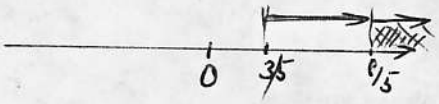
$3 \geqq 5x$

$\frac{3}{5} \geqq x$

$3-5x > 5$

$-2 > 5x$

$x < -\frac{2}{5}$



$3-5x < 0 \rightarrow |3-5x| = 5x-3$

$3 < 5x$

$x > \frac{3}{5}$

$5x-3 > 5$

$5x > 8$

$x > \frac{8}{5}$

3., $\frac{x-3}{|3x-2|} > 0$ — $x-3 > 0$, $x > 3$ — $|3x-2| > 0$

4., $\left[\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{-2}\right]^4 = a^{\frac{1}{2}\cdot -2\cdot 4} = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$

5.,
$$\sqrt{x} + \sqrt{x+9} = 9 \quad /^2$$
$$x + 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+9} + x + 9 = 81$$
$$2\sqrt{x(x+9)} = -2x + 72$$
$$\sqrt{x(x+9)} = -x + 36 \quad /^2$$
$$x^2 + 9x = x^2 - 72x + 1296$$
$$72x + 9x = 1296$$
$$81x = 1296$$
$$x = 16$$

$$\left[\sqrt[3]{(a^2+1)\cdot\sqrt{1+\frac{1}{a^2}}}+\sqrt[3]{(a^2-1)\cdot\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}}\right]^{-2}=$$

$$=\left[\sqrt[6]{(a^2+1)^2\cdot(1+a^{-2})}+\sqrt[6]{(a^2-1)^2\cdot(1-a^{-2})}\right]^{-2}=$$

$$=\left[\sqrt[6]{a^4+2a^2+1+a^2+2+a^{-2}}+\sqrt[6]{a^4-2a^2-a^2+1+2-a^{-2}}\right]^{-2}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{a^6+2a^4+a^2+a^4+2a^2+1}{a^2}}+\sqrt[3]{\frac{a^6-2a^4+a^2-a^4+2a^2-1}{a^2}}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{a^6+3a^4+3a^2+1}{a^2}}+\sqrt[3]{\frac{a^6-3a^4+3a^2-1}{a^2}}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{(a^2+1)^3}{a^6}}+\sqrt[3]{\frac{-(a^2-1)^3}{a^6}}}=$$

$$=\frac{1}{\frac{(a^2+1)-(a^2-1)}{a^6}}=\frac{1}{\frac{a^2+1-a^2+1}{a^6}}=\frac{1}{\frac{2}{a^6}}=\frac{a^6}{2};$$